《现代控制理论》

实验指导书

北京工商大学计算机与信息工程学院

实验一
线性系统的时域分析

一、 实验目的

掌握用 MATLAB 控制系统工具箱进行线性定常系统的时域分析、能控性与能观性分析、稳定性分析的方法。

二、 实验要求

完成指导书规定的实验内容，记录并分析实验结果，写出实验报告。

三、实验内容

1．已知系统的状态模型，求系统在单位阶跃输入下的各状态变量、输出响应曲线。

例：$\begin{bmatrix}\dot{x}_1\\ \dot{x}_2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-0.5572 & -0.7814\\ 0.7814 & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\ x_2\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}1\\ 0\end{bmatrix}u,\quad y=\begin{bmatrix}1.9691 & 6.4493\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\ x_2\end{bmatrix}$。

键入：a = [-0.5572, -0.7814; 0.7814,0];　b = [1; 0];　c = [1.9691, 6.4493]; d = 0;

[y, x, t]=step(a, b, c, d);　plot(t, y);　grid　（回车，显示输出响应曲线。）

plot(t,x); grid　（回车，显示状态变量曲线。）

或 plot(t, x(:, i)); grid　（回车，显示第 i 个状态变量曲线。）

（1）$\begin{bmatrix}\dot{x}_1\\ \dot{x}_2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0 & 1\\ -2 & -3\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\ x_2\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}0\\ 1\end{bmatrix}u,\quad y=\begin{bmatrix}1 & 2\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\ x_2\end{bmatrix}$

（2）$\begin{bmatrix}\dot{x}_1\\ \dot{x}_2\\ \dot{x}_3\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0 & 1 & 1\\ 0 & 0 & 1\\ -6 & -11 & -6\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\ x_2\\ x_3\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}0\\ 0\\ 1\end{bmatrix}u,\quad y=\begin{bmatrix}4 & 5 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\ x_2\\ x_3\end{bmatrix}$

2．已知系统的状态模型，根据卡尔曼准则，分析系统的能控性与能观性。

例：$\begin{bmatrix}\dot{x}_1\\ \dot{x}_2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-3 & 1\\ 1 & -3\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\ x_2\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}1 & 1\\ 1 & 1\end{bmatrix}u,\quad y=\begin{bmatrix}1 & 1\\ 1 & -1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\ x_2\end{bmatrix}$

键入：a=[-3,1; 1,-3];　b=[1,1; 1,1];　c=[1,1; 1,-1];　d=0;

sc=ctrb(a, b);　rsc=rank(sc);　so=obsv(a, c);　rso=rank(so);（求能控性和能观性矩阵，并求秩）

rsc（回车）rso（回车，屏幕显示 rsc=1，rso=2，根据卡尔曼准则，系统不完全能控，完全能观。）

系统(1)和(2)如实验内容 1 中所给。

3．已知系统状态方程，应用李亚普诺夫第二法，令 q=I，求 $a^T p + pa = -q$，根据 p 的正定性判断系统的稳定性。

例：$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & -2 \\ 1 & -4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$

键入：a=[-1, -2;　1, -4];　q=[1, 0; 0, 1];　p=lyap(a,q)（回车，求出 p 矩阵）

detp=det(p)（回车，求 p 矩阵的行列式值。）

因为 $p_{11}>0$，且 det(p)>0，根据 Sylverster 判据，p 正定，故系统稳定。

（1）$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$

（2）$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & -1 \\ 2 & -3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$

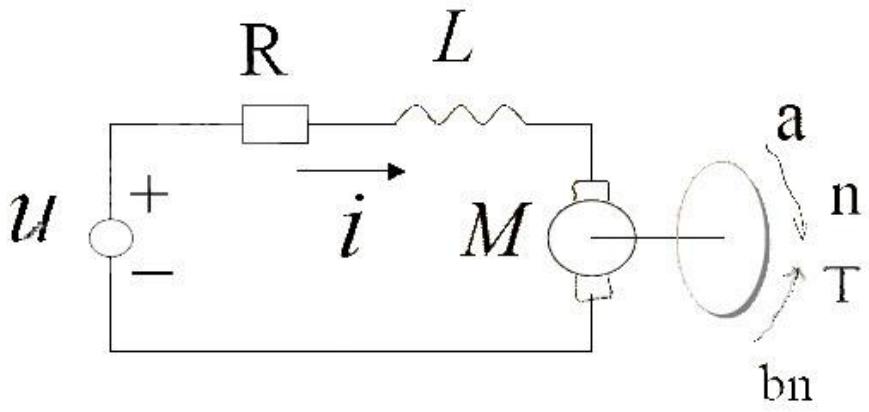
实验二
直流电机转速控制

一、实验目的

学会利用状态反馈的方法对系统进行极点配置，并分析配置前后的系统性能。

二、模型推导

直流电机转速控制系统如下图所示：



设系统物理参数如下：转子转动惯量J=0.01,机械阻尼参数b=0.1,电流—力矩常数K=0.01,电枢电阻R=1,电枢电感L=0.5, 转子与轴为刚性连接。

- 直流电机转矩和电枢电流关系为：$T=K*i$
- 电枢旋转产生反电动势e与旋转运动角速度n的关系：$e=K*n$
- 由牛顿定律，转子力矩平衡关系为：$j*dn/dt+b*dn/dt=K$
- 由克希霍夫定律：$L*di/dt+R*i=u-K*n$
- 设系统状态$\boldsymbol{X}=[n,i]$,并建立以输入电压u为输入，转速n为输出的系统状态空间表达式为:

- $dX/dt=AX+Bu$

• $Y=CX$

• 其中：$\boldsymbol{X}=[n, i]$, $\boldsymbol{Y}=n$

• 而$\boldsymbol{A}=[-b/J \quad K/J; -K/L \quad -R/L]$, $\boldsymbol{B}=[0; \quad 1/L]$, $\boldsymbol{C}=[1, 0]$

三、实验要求

1、以系统状态$X=[n,i]$, 并建立以输入电压u为输入，转速n为输出的系统状态建立系统的状态模型，查看系统的阶跃响应.

2、设计一个完全状态反馈控制器使满足如下期望的性能要求，最后查看配置后的系统的阶跃响应.

•以供电电压u为输入，转子转速n为输出。在稳态输出为1的情况下，系统单位阶跃响应性能指标：调整时间小于2s，超调量小于5%，稳态误差小于1%。

四、实验内容：

1、对上述模型用Matlab进行仿真，分析其稳定性及能控性。

2、按实验要求对系统用状态反馈的方法进行极点配置。

3、分析配置完的系统的稳定性并进行仿真，与前面未进行极点配置的系统进行性能比较与分析。

五、部分命令提示：

sys=ss(A,B,C,D)	ss命令建立状态模型
sys=tf(sys)	tf命令根据状态模型求传递函数或传递矩阵
F=acker(A,B,p)	根据系统矩阵A和控制矩阵B、还有期望极点p求系统的状态反馈F
Kr=dcgain(sys)	dcgain命令根据系统的状态模型或传递函数模型sys求系统的增益

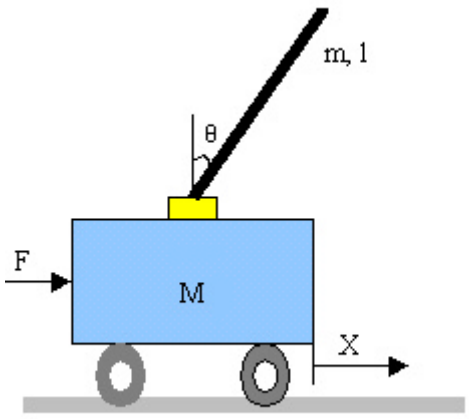
实验三
一级直线倒立摆系统的极点配置仿真实验

一、实验目的

学会利用状态反馈的方法对系统进行极点配置，并分析配置前后的系统性能。

二、模型描述

考虑如图所示的倒立摆系统。图中，倒立摆安装在一个小车上，并且，这里仅考虑倒立摆在平面内运动的二维问题。



我们希望摆杆始终保持垂直的状态，但是由于系统不可避免地存在各种扰动，如风、抖动或是其他的原因，使得摆杆倾斜。因此，需要通过不断的检测摆杆的偏移角了解其所处的状态，并通过移动小车来使得摆杆的偏移角和角速度都尽可能保持在零的位置，且在每一控制过程结束后，小车都将返回参考位置x=0。

假设M为小车的质量；m为摆杆的质量，并进一步假设摆杆的质量集中在杆的顶端；l为摆杆的长度，x为小车的位移， θ为摆杆偏离垂直位置的角度。

倒立摆控制系统的输入是力F，输出是位移x和摆杆偏移角的变换率$\dot{\theta}$.

状态变量为：

$$x_1 = \theta, \quad x_2 = \dot{\theta}, \quad x_3 = x, \quad x_4 = \dot{x}$$

系统的状态空间模型为：

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ \dfrac{(M+m)g}{Ml} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -\dfrac{mg}{M} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -\dfrac{1}{Ml} \\ 0 \\ \dfrac{1}{M} \end{bmatrix} u$$

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix}$$

假设:

M=2kg, m=0.1kg, l=0.5m

并将其代入状态空间表达式，得到：

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 20.601 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -0.4905 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \\ 0.5 \end{bmatrix} u$$

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix}$$

三、实验要求

请利用极点配置法设计一个状态反馈控制器，使得当给定任意初始条件（由干扰引起）时，用合理的阻尼（如对主导闭环极点有 $\zeta=0.5$），可快速地（如调整时间约为 $t_s(2\%)=2s$）使摆返回垂直位置，并使小车返回参考位置。

四、实验内容

1、对上述模型用Matlab进行仿真，分析其稳定性及能控性。

2、按实验要求对系统用状态反馈的方法进行极点配置。

3、分析配置完的系统的稳定性并进行仿真，与前面未进行极点配置的系统进行性能比较与分析。

五、部分命令提示

pa=poly(A)　　poly命令求矩阵*A*的特征多项式系数